METHODE DE CALCUL DE COUCHE LIMITE TURBULENTE COMPRESSIBLE AVEC TRANSFERT DE CHALEUR

C. MARI, D. JEANDEL et J. MATHIEU

Laboratoire de Mécanique des Fluides, l'Ecole Centrale, Lyon, F.69130 Ecully, France

(Reçu le 23 juillet 1975)

Résumé—Un modèle mathématique simple est employé en vue de prévoir numériquement le développement d'une couche limite turbulente compressible comportant des transferts de chaleur. L'hypothèse de base consiste à écrire: $\overline{uv} = -v_T(\partial \overline{U}/\partial y)$ avcc: $v_T = (\overline{q^2}/2)^{1/2}l$ où $\overline{q^2}/2$ est l'énergie cinétique turbulente et l une échelle caractéristique de longueur.

Les valeurs calculées (vitesse, température, nombre de Stanton...) sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.

avec

NOMENCLATURE

- U_i , $= \overline{U}_i + u_i$ projection de la vitesse instantanée sur l'axe *i*;
- T, $= \overline{T} + \theta$ température statique instantanée;
- v, viscosité cinématique;
- μ , viscosité dynamique;

 σ , nombre de Prandtl;

 $\sigma_H, \sigma_u, \sigma_{q^2}$, nombres de Prandtl généralisés;

- *l*, échelle intégrale de longueur;
- ρ , $= \bar{\rho} + \rho'$, masse volumique instantanée;
- $p, = \bar{p} + p'$, pression statique instantanée;
- H_{12} , paramètre de forme.

Indices

p, paroi;

g, écoulement sain.

I. INTRODUCTION

LE PRÉSENT calcul a pour but de déterminer le comportement d'une couche limite turbulente compressible: il s'inspire de la méthode développée récemment à l'Imperial College dans le groupe du Professeur Spalding par Launder et Ng concernant les écoulements incompressibles [1].

La description des écoulements compressibles turbulents à grand nombre de Reynolds a été tentée à l'aide de cinq équations de type parabolique semilinéaire.

Les fermetures adoptées sont de plusieurs sortes: celles concernant les quantités \overline{uv} , $\overline{v\theta}$ et $\overline{vq^2/2} + \overline{pv}/\overline{\rho}$ s'apparentent au formalisme dit du "premier gradient"; celles qui s'appliquent à l'équation d'évolution des quantités turbulentes $\overline{q^2/2}$ et $\overline{q^2/2l}$, s'inspirent de considérations expérimentales, tout en s'appuyant sur des réflexions d'ordre semi-empirique pour traiter la dissipation d'énergie cinétique turbulente; d'autres réflexions du type dimensionnel permettent d'évaluer dans l'espace spectral certains termes de l'équation de comportement de $\overline{q^2/2l}$. Pour l'équation en $\overline{q^2/2l}$ très près de la paroi, il est nécessaire de supposer un mécanisme de transfert d'énergie entre des structures turbulentes caractérisées par des nombres d'onde différents; celui-ci traduit de façon empirique un certain type d'interaction entre écoulement moyen et mouvement turbulent.

Le programme de calcul ainsi élaboré a permis de prévoir avec une précision convenable, pour les besoins industriels, le comportement de couches limites jusqu'à des nombres de Mach de l'ordre de 7.

II. EQUATIONS

La relation entre la contrainte et le champ de vitesse moyen est supposée de la forme:

$$-\overline{uv} = v_{\rm eff} \frac{\partial \overline{U}}{\partial v}$$

$$\begin{cases} v_{\text{eff}} = (\overline{q^2}/2)^{1/2}, \\ \overline{q^2} = \sum_i \overline{u_i^2}. \end{cases}$$

Les équations fixant entr'autres l'évolution de $\overline{q^2/2}$ et de $\overline{q^2/2l}$ sont:

1. Equation de continuité

$$\frac{\partial \bar{\rho} \overline{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \overline{V}}{\partial y} = 0 \quad \left(\frac{\overline{\rho' u_i}}{\overline{\rho u_i}} \ll 1 \right).$$

2. Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\overline{U}\frac{\partial\overline{U}}{\partial x} + \overline{V}\frac{\partial\overline{U}}{\partial y} = -\frac{1}{\overline{\rho}}\frac{\mathrm{d}\overline{P}}{\mathrm{d}x} - \frac{\partial\overline{u}\overline{v}}{\partial y}.$$

3. Equation de l'énergie cinétique turbulente (cf. [2], [3])

$$\overline{U}\frac{\partial \overline{q^2/2}}{\partial x} + \overline{V}\frac{\partial \overline{q^2/2}}{\partial y} = -\overline{uv}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} - D$$
$$-\frac{\partial}{\partial v}(v\overline{q^2}/2 + \overline{pv}/\overline{\rho})$$

 $D = \text{Dissipation} = C_1 (\overline{q^2}/2)^{3/2} / l$

4. Equation de comportement de $q^2/21$

On peut considérer que l'équation régissant l'évolution de $\overline{q^2/2l}$ s'apparente au schéma classique (cf. [3] et Annexe).

Convection + Production + Diffusion + Dissipation

$$\overline{U} \frac{\partial \overline{q^2}/2l}{\partial x} + \overline{V} \frac{\partial \overline{q^2}/2l}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_{\text{eff}}}{\sigma_{q^2l}} \frac{\partial \overline{q^2}/2l}{\partial y} \right) + \frac{c_2}{\sigma_u} v_{\text{eff}} \left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right)^2 l - c_3 \left(\overline{q^2}/2 \right)^{3/2} - \left(c_4 \frac{l}{y} \right)^q \frac{v_{\text{eff}}}{\sigma_u} \left(\frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right)^2 l.$$

Dans cette forme, le dernier terme a été proposé par Ng (cf. [1]). Cet auteur éprouve quelques difficultés à justifier théoriquement sa proposition qu'il considère seulement validée par les conséquences mêmes du calcul.

5. Equation de l'enthalpie totale moyenne

On suppose constantes les chaleurs spécifiques C_p et C_v ainsi que la conductivité thermique; de plus, l'équation de continuité est utilisée sous sa forme incompressible (hypothèse de Morkovin). Les approximations classiques de la couche limite étant retenues, ainsi que l'hypothèse d'un écoulement moyen stationnaire, on a:

$$\overline{U}\frac{\partial\overline{H}^{*}}{\partial x} + \overline{V}\frac{\partial\overline{H}^{*}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{v_{\text{eff}}}{\sigma_{H}} + \frac{v}{\sigma}\right)\frac{\partial\overline{H}^{*}}{\partial y}\right] \\ + \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[v\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) + v_{\text{eff}}\left(\frac{1}{\sigma_{u}} - \frac{1}{\sigma_{H}}\right)\right]\frac{\partial\overline{U}^{2}/2}{\partial y}\right\} \\ + \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[v\left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) + v_{\text{eff}}\left(\frac{1}{\sigma_{q^{2}}} - \frac{1}{\sigma_{H}}\right)\right]\frac{\partial\overline{q}^{2}/2}{\partial y}\right\}$$

avec

$$H^* = C_p T + U^2/2$$

III. TRAITEMENT MATHEMATIQUE DES EQUATIONS

Les cinq équations à résoudre peuvent se mettre sous la forme générale suivante, donnée par Spalding (cf. [4]).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} + (a + b\omega)\frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} \right) + d \,.$$

 ω est un paramètre sans dimension, en relation avec la fonction de courant et Φ une quelconque fonction inconnue du système. L'intégration de cette équation suivant ω , permet de déterminer, grâce à la variable d'évolution x, le profil de Φ à l'abscisse x+dx, le connaissant à l'abscisse x. Le système parabolique est semi-linéaire puisque les coefficients a, b, c, d sont supposés constants entre les abscisses x et x+dx. Le couplage des équations apparaît au niveau des coefficients a, b, c, d.

L'adoption de ce type d'équations requiert l'utilisation de l'hypothèse de Morkovin concernant les fluctuations de masse volumique $(\overline{\rho'u_i}/\overline{\rho u_i} \text{ petit})$.

IV. CONFRONTATION DU CALCUL AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le tableau ci-après donne un aperçu des diverses comparaisons tentées, et permet de constater que, à la lumière des courbes auquel il se rapporte, le phénomène turbulent est bien pris en charge par le système proposé, particulièrement dans quelques cas caractéristiques:

(a) Le premier (Bradshaw: cf. Figs. 1-3 [5]) concerne



des mesures réalisées dans une couche limite en équilibre $(U(x) = Kx^{-a}; a = 0.255)$: dans ce type d'écoulement, le rôle des conditions initiales est quasiment négligeable; cette confrontation permet de contrôler l'adaptation du modèle à la recherche de situations asymptotiques caractérisées entre autres par un effacement des conditions initiales.

(b) La stabilité numérique et physique du modèle a été éprouvée en le confrontant aux expériences plus globales de Moses (cf. Figs. 4 et 5 [5]) où la couche limite avoisine le décollement, une relaxation ayant ensuite lieu. Les résultats du calcul sont en bon accord avec les données expérimentales, malgré l'extrême sévérité des conditions imposées.

1.2

1.75

1,75

0,8 0,9 1,0

1.0



(c) Le cas de la plaque plane est d'intérêt du fait que seules y agissent des contraintes tangentielles nées du mécanisme turbulent lui-même. Les essais de Hasting et Sawyer (cf. Figs. 6, 7 [6]) sont de ce point de vue instructifs. On y voit la couche limite se générer le long de la paroi par le jeu de ses mécanismes propres.

(d) Quant aux effets thermiques, ils n'ont certes pas été omis, puisque le programme de calcul permet de traiter aussi bien les situations où la paroi est refroidie artificiellement {Moretti et Kays sans-et avecgradient de pression; Robert et Voisinet avec gradient de pression négatif; cf. Figs. 8 et 9 [7]; Fig. 10 [8] que





ceux où elle est adiabatique (Pappas, cf. Figs. 11 et 12 [9]}.

(e) Enfin, la validité du programme a été testée sur un cas limite à Mach très élevé (M = 7.2), celui de Horstman et Owen sur paroi cylindrique (cf. Figs. 13-17 [10]).

Ainsi, le large éventail des configurations traitées, dont le Tableau 1 constitue la synthèse, garantit une sûreté de prédiction des écoulements complexes de type industriel: on notera particulièrement sa valeur opérationnelle dans l'étude des écoulements supersoniques sur les aubages de turbomachines comportant

des gradients de pression longitudinaux (positifs ou négatifs) très élevés. De plus, le modèle adopté permet de situer avec précision la position du point de décollement de la couche limite turbulente compressible.

V. CONCLUSION

La méthode de calcul que nous avons mise au point, se fondant sur les travaux de Ng et Launder, ne fait pas partie des programmes les plus élaborés du point de vue théorique, que l'on puisse concevoir. Cependant, elle a l'avantage d'allier, à une formulation simple des

				Incomp	ressible					Compi	ressible		
Auteur	Identificateur	Sant	s effet thern externe	nique	Avec	effet therm externe	ique	Sans	s effet therm externe	ique	Avec	effet thern externe	nique
		Gradient de pression	Courbes	Calcul	Gradient de pression	Courbes	Calcul	Gradient de pression	Courbes	Calcul	Gradient de pression	Courbes	Calcul
Moretti-Kays Moretti-Kays Horstman-Owen	-04				nul positif	St(x) St(x)	$\begin{array}{c} St(x) \\ St(x) \end{array}$	lua	Cf(x)	M(y)			
Hastings-Sawyer Robert et al.	5							lun	$U(y) \dots U(y) \dots$	T(y) T(y)	négatif	$T(y) \dots$	$U(y) \dots$
Sobert Pappas Pappas	8 e 01							lun lun	$S_{I}(x) \dots S_{I}(x)$	$U(y) \dots SI(x)$	négatif	T(y)	U(y)
Bradshaw Bradshaw	2500 2600	positif positif	Cf(x)	$H_{12}(x)$									
Moses shubauer <i>et al.</i>	4000 2100	nég. pos. décol.	Cf(x)	$H_{12}(x) \dots H_{12}(x) \dots$									
raser Vanman	5000 2500	décol. décol	Cf(x)	$H_{12}(x)$									
Cas Industriels	nnrr X	décol.	Cf(x)	$H_{12}(x) \dots$							nég. pos.	X	x

Tablea

équations mathématiques, une grande stabilité numérique, qui la rend utile dans nombre de cas industriels (évolution de couches limites supersoniques à températures très élevées, prévision de la position du point de décollement).

Les concessions faites au niveau des fermetures, et en particulier le choix de modèles du type "premier gradient", offrent en compensation un système d'équations très homogène, qui apporte une stabilité numérique précieuse dans l'étude des écoulements rapidement évolutifs.

La définition même de la viscosité efficace nous oblige alors à ne traiter les équations qu'à l'extérieur de la sous-couche visqueuse; les valeurs des variables dans la région de proche paroi sont alors issues d'une exploitation de la notion de loi logarithmique, telle que l'imagine Ng. Ce type d'approche semble décisif en ce qui concerne les qualités de prédiction de la méthode.

Les prolongements de cette étude peuvent être de deux types:

(i) D'une part, on peut essayer de considérer la contrainte turbulente comme provenant de deux mécanismes que l'on distingue; l'un associé aux petites structures serait pris en compte dans un modèle du type premier gradient: l'autre, à travers une loi de comportement analogue à celle utilisée par Jeandel et Mathieu [11]. Cette approche nécessiterait l'accès à une répartition spectrale de la contrainte, déjà bien saisie à travers les travaux de Courseau et Loiseau. Ce modèle permettrait de conserver la stabilité numérique, par le jeu de la viscosité turbulente associée aux fines structures, tout en rendant le formalisme plus adapté à ce que l'on sait d'une certaine physique du phénomène.

(ii) D'autre part, l'étude peut être étendue au calcul du développement de la couche limite sur l'ensemble d'un profil, depuis le bord d'attaque jusqu'au décollement, si l'on assure une prise en compte, même sommaire, de la transition laminaire-turbulent [12].

BIBLIOGRAPHIE

- I. K. H. Ng, Predictions of turbulent boundary-layer developments using a two-equations model of turbulence, Thesis, University of London (November 1971).
- 2. J. Rotta, Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz -1. Mitteilung, Z. Phys. 129, 547-572 (1951).
- 3. J. Rotta, Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz -2. Mitteilung, Z. Phys. 131, 51-77 (1951).
- 4a. S. V. Patankar et D. B. Spalding, Heat and Mass Transfer in Boundary Layers. Morgan-Grampian, London (1967).
- 4b. D. B. Spalding, Heat and mass transfer in boundary layers, Part 3, Imperial College, Report NBLTNG15 (September 1969).
- 5. Computation of turbulent boundary layers, in AFOSR-IFP-Stanford Conference, Vol. II. Stanford University, California (1968).
- 6. R. C. Hastings et W. G. Sawyer, Turbulent boundary layers on a large flat plate at M = 4, Ministry of Defense, R. & M. No. 3678 (1971).
- 7. P. M. Moretti et W. M. Kays, Heat transfer to a turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature-- an experimental study, Int. J. Heat Mass Transfer 8, 1187-1202 (1965).

- 8. L. P. Robert et E. L. Voisinet, Measurements of a supersonic favorable pressure-gradient turbulent boundary layer with heat transfer (part. 1 data compilation) distributed by N.T.I.S., U.S. Dept. of Commerce, Springfield (December 1973).
- 9. C. C. Pappas, Measurement of heat transfer in the turbulent boundary layer on a flat plate in supersonic flow and comparison with skin friction results. Technical Note 3222, N.A.C.A. (June 1954).
- 10. C.C. Horstman et F.K. Owen, Turbulent properties of a compressible boundary layer, A.I.A.A. Jl 10(11) (1972).
- 11. J. Mathieu et D. Jeandel, Prediction methods for turbulent flows, I.V.K. (3-7 March 1975).
- 12. C. P. Donaldson, A computer study of an analytical model of boundary layer transition, A.I.A.A. Jl 7(2), (1969).
- 13. G. K. Batchelor, The Theorie of Homogeneous Turbulence, Cambridge University Press, London (1967).

ANNEXE

Nous disposons d'un système de cinq équations différentielles des variables U, V, $\overline{q^2/2}$, $\overline{q^2/2l}$, $\overline{H^*}$:

$$\frac{\partial \bar{\rho}U}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho}V}{\partial y} = 0$$

$$\overline{U}\frac{\partial \overline{U}}{\partial x} + \overline{V}\frac{\partial \overline{U}}{\partial y} = -\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{d\overline{P}}{dx} - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{u}\overline{v})$$

$$\overline{U}\frac{\partial \overline{q}^{3}/2}{\partial x} + \overline{V}\frac{\partial \overline{q}^{3}/2}{\partial y} = -\overline{u}\overline{v}\frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v}\overline{q}^{2}/2 + \overline{p}\overline{v}/\overline{\rho}) - D$$

$$\overline{U}\frac{\partial \overline{q}^{2}/2l}{\partial x} + \overline{V}\frac{\partial \overline{q}^{2}/2l}{\partial y} = -\frac{3\pi}{8}\int_{0}^{x} F_{12}\frac{\partial \overline{U}}{\partial y}\frac{dk}{k}$$

$$-\frac{3\pi}{8}\frac{\partial}{\partial y}\int_{0}^{x} F_{8}^{k}\frac{dk}{k}$$

$$-\frac{3\pi}{8}\int_{0}^{x} F_{8}(k)dk$$
avec:
$$F_{12} = \frac{k^{2}}{2\pi^{2}}\int_{yyl}\overline{u}\overline{v}\frac{\sin\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}dvol.$$

a

$$F_Q^k = \frac{k^2}{2\pi^2} \int_{\text{vol}} (\overline{vq^2}/2 + \overline{p}\overline{v}/\overline{p}) \frac{\sin \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \text{dvol.}$$

$$F_s(k) = -A + B + C = \text{Dissipation de } \overline{q^2}/2.$$

$$\overline{H^*} + \overline{V} \frac{\partial \overline{H^*}}{\partial v} = -\frac{\partial}{\partial v} (v\overline{q^2}/2 + C_p \overline{v\theta} + \overline{U}\overline{u}\overline{v}) + \frac{v}{\sigma} \frac{\partial^2 \overline{H}}{\partial v^2}$$

$$+ v \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \left(\frac{\partial \overline{U}^2/2}{\partial y^2} + \frac{\partial q^2/2}{\partial y^2}\right).$$

I grand nombre de quantités nous est pour l'instant

Un inconnu, d'où la nécessité de "fermer" les équations grâce à des hypothèses physiques, qui sont de plusieurs types:

(a) Type "Diffusion" ou "à premier gradient"

Elles peuvent se résumer à la forme symbolique suivante: $(\Phi = \overline{\Phi} + \omega)$

$$\overline{v}\varphi = -\frac{v_{\rm eff}\,\partial U}{\sigma_{\psi}\,\partial y}$$
$$v_{\rm eff} = (\overline{q^2/2})^{1/2}l.$$

Dans notre modèle, φ pourra représenter indifféremment les quantités fluctuantes u, θ et $q^2/2$.

(b) Type semi-empirique

Cette fermeture concerne l'évaluation du terme D, représentant la dissipation d'énergie cinétique turbulente en chaleur par la viscosité. Ce terme doit être de la même dimension que le terme:

$$\frac{\partial q^2/2}{\partial t} = \frac{\left[q^2\right]}{\left[t\right]}$$

A la lumière de l'étude de Rotta (cf. [3]), on prendra D de Il semble donc loisible de le prendre égal à la forme:

$$D \sim C_1 (\overline{q}^2/2)^{3/2}/l \sim \frac{[q^2]}{[t]}.$$

(c) Type purement dimensionnel

(i) Le terme production de l'équation en $\overline{q^2/2l}$ représente en quelque sorte la distribution spectrale de la quantité \overline{uv} ; la dimension de F_{12} sera telle que:

$$\int_0^\infty [F_{12}] \, \mathrm{d}k = \overline{uv}$$

Il en résulte que l'intégrale

$$\int_0^\infty F_{12} \frac{\mathrm{d}k}{k} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y}$$

qui est une moyenne pondérée par 1/k, de la quantité $F_{12}\partial \overline{U}/\partial y$ sur tout l'espace des k, sera approchée par:

$$C_2 \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \overline{uv}.$$

(ii) Le terme "dissipation" C défini par:

$$C = \frac{2\nu k^4}{2\pi^2} \int_{\text{vol}} \overline{q^2} / 2 \frac{\sin \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \, \text{dvol}$$

est l'analogue pour l'équation en $\overline{q^2/2l}$ du terme dissipatif D.

$$C'_{3}(q^{2}/2)^{3/2}$$
.
(iii) Le terme *A*, défini par:

$$A = \frac{k^2}{4\pi^2} \int_{\text{vol}} \sum_{i} \sum_{k} \left(\frac{\partial R_{ik}^i}{\partial r_k} - \frac{\partial R_i^{ik}}{\partial r_k} \right) \frac{\sin \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \, \text{dvol}$$
$$R_{ik}^i = \overline{u_i u_k u_i'}$$
$$R_i^{ik} = \overline{u_i u_k' u_i'}$$

représente le transfert d'énergie qui s'opère entre les grandes structures et les petites: cet échange énergétique est dû au cisaillement propre de la turbulence. On peut écrire : (cf. (13))

$$A = c_3 (q^2/2)^{3/2} \, .$$

(d) Type empirique Le terme B défini par:

$$B = \frac{k^2}{2\pi^2} \int_{\text{vol}} \sum_{i} \sum_{k} (\overline{U}'_k - U_k) \frac{\partial \overline{u_i u'_i} \sin \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}{\partial r_k} \, \text{dvol}$$

est pris égal à $l \partial \overline{U} / \partial y \overline{uv} (c_4 l/y)^q$. Il représente une interaction entre le mouvement moyen et la turbulence.

Ainsi, le système à cinq équations est fermé, les quantités inconnues ayant été évaluées en fonction des variables des équations. Les constantes sont déterminées à l'aide d'exemples expérimentaux simples (décroissance de la turbulence dernière grille, écoulement en équilibre local).

A COMPUTING METHOD FOR COMPRESSIBLE TURBULENT BOUNDARY LAYER WITH HEAT TRANSFER

Abstract - A very simple model is used in order to predict the development of a compressible boundary layer with heat transfer.

Basically, a first gradient approximation is used: $\overline{uv} = -v_T (\partial \overline{U}/\partial v)$ with $v_T = (\overline{q^2}/2)^{1/2} l$. $\overline{q^2}/2$ is the turbulent kinetic energy and *l* a characteristic length scale.

With this parabolic scheme, the computing process is very stable.

Predicted values (velocity, temperature, Stanton number...) are in good agreement with experimental data.

EINE METHODE ZUR BERECHNUNG KOMPRESSIBLER TURBULENTER GRENZSCHICHTEN MIT WÄRMEAUSTAUSCH

Zusammenfassung-Zur Vorausberechnung der Entwicklung einer kompressiblen Grenzschicht mit Wärmeaustausch wird ein sehr einfaches Modell verwendet. Dabei wird von der Näherungsformel $\overline{uv} = -v_T (\partial \bar{u} / \partial y)$ mit $v_T = (\overline{q^2}/2)^{1/2} l$ ausgegangen, wobei $\overline{q^2}/2$ die turbulente kinetische Energie und l eine charakteristische Länge ist. Mit diesem Gleichungssystem ergibt sich ein sehr stabiles Berechnungsverfahren. Die berechneten Werte (Geschwindigkeit, Temperatur, Stanton-Zahl ...) stimmen gut mit experimentellen Daten überein.

МЕТОД РАСЧЕТА СЖИМАЕМОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛООБМЕНА

Аннотация — Для расчета сжимаемого пограничного слоя при наличии теплообмена применена очень простая модель. При этом используется градиент приближенного типа для трения $\ddot{u}\ddot{v} = -\nu_T \partial \ddot{u}/\partial y$ при $\nu_T = (\overline{q^2}/2)^{v_Z}/r$, где $\overline{q^2}/2$ — турбулентная кинетическая энергия и l — характерный масштаб. При такой параболической схеме численный метод является весьма устойчивым. Расчетные значения (скорость, температура, число Стантона и т. д.) хорошо согласуются с экспериментальными данными.